






4 Il moto di una particella carica in un campo magnetico

le PAROLE della FISICA

lavoro della forza di Lorentz  work done by Lorentz force
 frequenza di ciclotrone  cyclotron frequency
 selettore di velocità  velocity selector (Wien filter)
 spettrometro di massa  mass spectrometer
 isotopo  isotope



Il lavoro della forza di Lorentz

Abbiamo visto che su una particella carica in moto in un campo magnetico agisce una forza, detta *forza di Lorentz*, perpendicolare alla direzione della velocità della carica e alla direzione del campo magnetico. L'espressione del modulo di tale forza è:

$$F = qvB \sin \alpha$$

dove α è l'angolo tra la direzione della velocità della particella e la direzione del campo magnetico. Se $\alpha = 90^\circ$ ($\sin \alpha = 1$) si ha:

$$F = qvB$$

Qualunque sia l'angolo (purché diverso da zero) tra la direzione della velocità della particella e la direzione del campo magnetico possiamo affermare che:

La forza di Lorentz è sempre perpendicolare alla velocità della particella: essa compie quindi un lavoro nullo.

Il lavoro compiuto da una forza dipende infatti dalla sua intensità, dallo spostamento e dal coseno dell'angolo tra la forza e lo spostamento: se l'angolo è di 90° , il lavoro è nullo.

Per il teorema dell'energia cinetica possiamo allora scrivere $L = \Delta E_c = 0$, dove ΔE_c rappresenta la variazione dell'energia cinetica della particella.

La velocità della particella carica in moto all'interno del campo magnetico resta dunque costante in modulo.

La traiettoria della particella carica

Studiamo, per semplicità, il moto di una particella in un campo magnetico uniforme.

La traiettoria della particella in moto all'interno del campo magnetico dipende dall'angolo tra la velocità iniziale della particella e la direzione del campo magnetico.

1° caso: la velocità della particella è perpendicolare alla direzione del campo

Se la direzione del campo magnetico \vec{B} e la velocità \vec{v} della particella sono perpendicolari, la particella si muove di **moto circolare uniforme** perché sot-

toposta solo alla forza di Lorentz, che è una **forza centripeta**, sempre perpendicolare alla velocità (**Fig. 21**).

Il modulo della forza centripeta si esprime come:

$$F = \frac{mv^2}{r}$$

dove m è la massa della particella e r il raggio della traiettoria circolare. Egua-
gliando questa espressione con quella della forza di Lorentz $F = qvB$ otteniamo:

$$\frac{mv^2}{r} = qvB$$

da cui si ricava il raggio della traiettoria circolare che compie la particella carica:

$$r = \frac{mv}{qB}$$

massa della particella ←
 raggio della traiettoria ←
 carica della particella ←

..... → velocità della particella
 → campo magnetico

Il raggio della traiettoria circolare della particella carica all'interno del campo magnetico è direttamente proporzionale al modulo della quantità di moto della particella (mv) e inversamente proporzionale all'intensità del campo magnetico e alla carica della particella.

Il periodo del moto circolare è dato dal rapporto tra la lunghezza della circonferenza e il modulo della velocità tangenziale, quindi il periodo di rotazione della particella è:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{v} \cdot \frac{mv}{qB} = \frac{2\pi m}{qB}$$

Possiamo ricavare infine la frequenza di rotazione, che prende il nome di **frequenza di ciclotrone**:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$$

..... → carica della particella (C)
 → intensità del campo magnetico (T)
 → massa della particella (kg)

È importante notare che il periodo e la frequenza *non* dipendono né dal raggio della traiettoria circolare né dalla velocità della particella.

2° caso: la velocità della particella è parallela alla direzione del campo

Se la particella si muove parallelamente alla direzione del campo, **la forza agente su di essa è nulla**.

In questo caso (**Fig. 22**), poiché $\alpha = 0^\circ$ e quindi $\sin\alpha = 0$, si ha $F = qvB \sin\alpha = 0$. La particella continua dunque il suo moto inerziale come se non esistesse alcun campo magnetico: la particella quindi si muove di moto rettilineo uniforme.

3° caso: la velocità della particella carica forma un angolo α con la direzione del campo

In questo caso è utile scomporre la velocità della particella in due componenti: una parallela al campo e l'altra perpendicolare (**Fig. 23**).

TUTOR
Disegno attivo

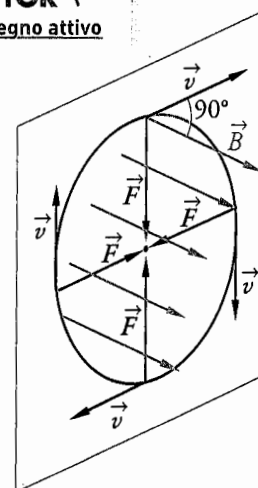


Figura 21

Se la velocità della particella è perpendicolare al campo magnetico, la particella è sottoposta a una forza centripeta, perpendicolare alla velocità e al campo.

TUTOR
Disegno attivo

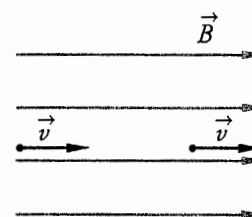


Figura 22

Se la carica si muove parallelamente alla direzione del campo non subisce nel suo moto alcuna deflessione.

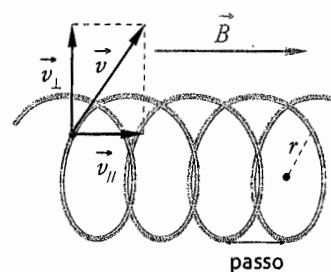


Figura 23

Quando la particella carica entra nel campo magnetico con un angolo diverso da 0° e da 90° , si produce un moto elicoidale nella direzione del campo magnetico. I vettori \vec{v} e \vec{B} appartengono al piano del foglio, \vec{F} è perpendicolare al foglio ed entrante.

La componente della velocità parallela non è influenzata dal campo magnetico e quindi la particella continua a muoversi nella direzione parallela al campo con moto rettilineo uniforme. La componente perpendicolare subisce invece l'azione del campo magnetico, come nel primo caso, e quindi la particella compie una traiettoria circolare con velocità tangenziale uguale alla componente della velocità perpendicolare al campo.

La composizione dei due moti produce un **moto elicoidale**, cioè a elica o a spirale, caratterizzato dal raggio r dell'orbita, dal periodo T , che è il tempo impiegato dalla particella per compiere un giro completo, e infine dal *passo* p , che è la distanza di cui avanza la particella nella direzione parallela alle linee del campo \vec{B} in un intervallo di tempo uguale a T .

esempio 4

Un protone viene immerso con una velocità $v = 2 \cdot 10^5$ m/s in un campo magnetico uniforme di intensità $4 \cdot 10^{-3}$ T, diretto perpendicolarmente alla velocità della carica. Calcola il raggio della traiettoria descritta dal protone.

Il protone descrive una circonferenza di raggio r uguale a:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 2 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ T}} \approx 0,5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

Il selettore di velocità

Consideriamo una particella di carica q che entra tra le due armature di un condensatore, con le linee del campo elettrico uniforme e costante rivolte verso il basso. Il condensatore è immerso inoltre in un campo magnetico perpendicolare al campo elettrico e alla velocità della particella (direzione perpendicolare al foglio e verso entrante nel foglio).

L'intensità della forza elettrica è qE , mentre l'intensità di quella magnetica è uguale a qvB .

Se la carica q della particella è positiva (Fig. 24), come nel caso di un protone o di uno ione positivo, la forza elettrica qE risulta diretta verso il basso, concordemente con il verso di \vec{E} , mentre la forza magnetica è diretta verso l'alto (seguendo la regola della mano destra). Analogamente, se la carica è negativa, come nel caso di un elettrone o di uno ione negativo, i versi delle due forze si invertono.

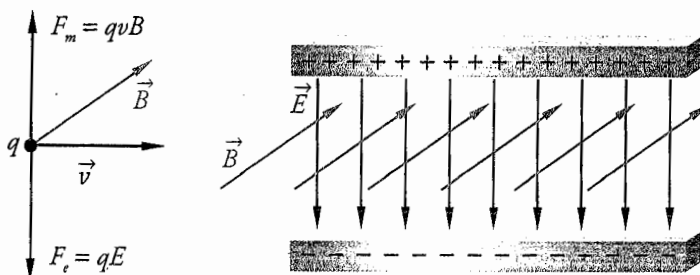


Figura 24

La carica q è sottoposta a due forze: una forza elettrica $F_e = qE$ e una forza di Lorentz $F_m = qvB$, opposte.

Se le due forze sono uguali in modulo, essendo per costruzione opposte in verso, si è in condizioni di equilibrio dinamico (la forza risultante è nulla), e pertanto la particella continuerà a muoversi di moto uniforme, parallelamente alle armature del condensatore.

Dalla relazione dell'equilibrio:

$$\begin{array}{ccc} \text{forza elettrica} \leftarrow & & \rightarrow \text{forza magnetica} \\ & \boxed{qE = qvB} & \end{array}$$

si ricava il modulo della velocità, che è uguale al rapporto tra le intensità dei due campi:

$$v = \frac{E}{B} \begin{array}{l} \text{-----} \rightarrow \text{intensità del campo elettrico} \\ \text{-----} \rightarrow \text{intensità del campo magnetico} \end{array}$$

Poiché la velocità della particella in queste condizioni è indipendente sia dalla sua massa sia dalla sua carica, essa attraverserà lo spazio compreso tra le armature del condensatore senza deviazioni dalla traiettoria iniziale, parallelamente all'asse del condensatore.

Se la velocità ha un valore differente dal rapporto E/B , allora la particella verrà deviata in due diversi modi:

- se la velocità è maggiore di $v = E/B$, sarà deviata nella direzione della forza magnetica (verso l'alto);
- se la velocità è minore di $v = E/B$, sarà deviata nella direzione della forza elettrica (verso il basso).

Uno strumento che lavora in questo modo è detto **selettore di velocità**, perché permette di selezionare il passaggio delle sole particelle che hanno una velocità predeterminata.

Lo spettrografo di massa

Lo **spettrometro** o **spettrografo di massa** fu realizzato dall'inglese F. W. Aston nel 1919, che per gli studi che riuscì a sviluppare attraverso questo strumento ricevette il premio Nobel per la chimica nel 1922.

Lo spettrometro permette di misurare le masse degli *isotopi*, o meglio degli ioni dei diversi isotopi, e quindi di separarli.

Gli **isotopi** di un elemento chimico differiscono per il diverso numero di neutroni all'interno del nucleo, cioè sono ioni che hanno la stessa carica ma differente massa.

Lo spettrometro funziona immergendo gli isotopi in un campo magnetico uniforme generato da un grosso elettromagnete e determinando quindi la loro velocità e il raggio della loro orbita circolare.

Nello spettrometro le particelle cariche (ioni) sono accelerate da una differenza di potenziale ΔV , per cui entrano nella zona del campo magnetico con un'energia cinetica uguale a:

$$\begin{array}{ccc} \text{massa della particella (kg)} \leftarrow & & \rightarrow \text{carica della particella (C)} \\ & \boxed{\frac{1}{2}mv^2 = q\Delta V} & \\ \text{velocità della particella (m/s)} \leftarrow & & \rightarrow \text{differenza di potenziale (V)} \end{array}$$

e percorrono una semicirconferenza di raggio:

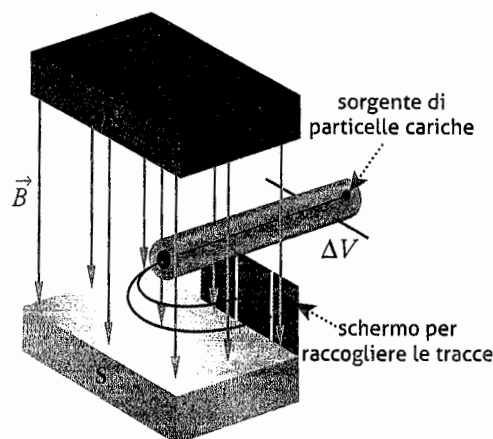
$$r = \frac{mv}{qB}$$

Misurando il raggio della circonferenza percorsa dalla particella carica (Fig. 25) e conoscendo i valori della carica q , del modulo del campo magnetico \vec{B} e della velocità della carica v , è possibile determinare la massa dello ione:

$$m = \frac{rqB}{v}$$

Figura 25

Nello spettrometro di massa tutte le particelle entrano con la stessa velocità, in direzione perpendicolare al campo magnetico. Poiché isotopi di uno stesso elemento hanno la stessa carica ma massa differente, avranno quantità di moto differenti: in particolare, sono tanto più incurvati dall'azione del campo quanto minore è la loro quantità di moto, e cioè quanto più è piccola la loro massa.



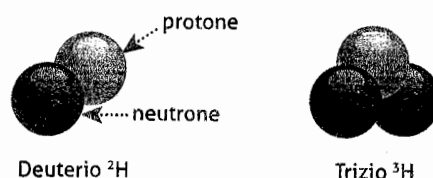
esempio 5

RAGIONA RISPONDI



- 1 Una particella carica entra in una regione dello spazio in cui è presente un campo magnetico uniforme. Se la particella non viene deviata, che cosa se ne può dedurre?
- 2 Una particella carica entra in una regione dello spazio in cui è presente un campo magnetico uniforme. Se la particella inizia a ruotare su una traiettoria circolare con velocità angolare costante, che cosa se ne può dedurre?
- 3 Due isotopi (di uguale carica) di un certo elemento chimico, vengono immessi in uno spettrometro di massa. Che cosa puoi osservare?

Due ioni di due isotopi (uguale carica ma diversa massa) vengono immessi in uno spettrometro di massa. Se il raggio delle loro traiettorie è l'uno il doppio dell'altro e le velocità di immissione sono uguali, qual è il rapporto tra le masse dei due isotopi?



La massa dell'isotopo è calcolabile a partire dalla relazione $m = \frac{rqB}{v}$.

Quindi, a parità di velocità v e di carica q (il campo magnetico B è ovviamente lo stesso per le due particelle), la massa è direttamente proporzionale al raggio della circonferenza: l'isotopo che percorre una circonferenza di raggio doppio ha una massa doppia dell'altro.

FISICA e REALTÀ

Nelle fasce di Van Allen ci sono due zone a elevata densità di particelle: una interna, costituita da protoni ad alta energia, e una più esterna, formata da elettroni a energia più bassa. Sono una barriera per il vento solare.

Per via della forma del campo magnetico terrestre, in prossimità dei poli le fasce di Van Allen sono quasi annullate.

Senza la barriera delle fasce di Van Allen, il vento solare può raggiungere gli strati interni dell'atmosfera, producendo le aurore.

L'azoto emette luce di colore diverso, che può essere blu, viola o rossa.

L'ossigeno ritorna nel suo stato naturale emettendo principalmente luce di due colori: il verde ($\lambda = 557,7$ nm) e il rosso ($\lambda = 630,0$ nm).

LA FISICA

$$E = hf$$

Quando una molecola che si trova in alta atmosfera viene raggiunta da un elettrone ad alta energia, la collisione provoca un'alterazione della configurazione elettronica della molecola stessa. Questo fenomeno può avere diverse conseguenze: la molecola può portarsi in uno stato eccitato oppure, se di grandi dimensioni, eventualmente scindersi in forme chimiche molto reattive. Entrambe le condizioni corrispondono a uno stato instabile, che tende spontaneamente a risolversi riportando la molecola allo stato originario, più stabile. L'energia che la molecola ha assorbito per aumentare il proprio livello di energia viene in questa fase riemessa sotto forma di radiazione. L'energia è legata alla frequenza della radiazione dalla costante di Planck ($h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J/s): se la frequenza cade nello spettro visibile possiamo vedere a occhio nudo l'effetto finale di questo meccanismo.

LAVORA in GRUPPO

Insieme ai tuoi compagni, procurati un filo di rame e del sale da cucina; quindi, avendo la certezza di operare in perfetta sicurezza, accendete la fiamma di un fornello. Assicuratevi che la fiamma sia il più possibile azzurra, ossia che l'erogatore del gas sia per quanto possibile pulito. Avvicinate il filo di rame alla fiamma, nella sua parte di colore azzurro più intenso. Ora bagnate il filo di rame e ricopritelo quindi di sale da cucina.

Che colore assume la fiamma? Come possiamo spiegare questo fenomeno?

LA LUCE MAGNETICA

Le aurore boreali sono uno spettacolare fenomeno naturale che si manifesta in particolare nei cieli notturni della regione polare artica. Si tratta di fenomeni luminosi che si mostrano con varie forme e colori, solitamente a quote comprese tra 30 e 300 chilometri.

Il meccanismo di produzione delle aurore non è ancora perfettamente conosciuto, ma si pensa che le variazioni del campo magnetico attorno ai poli accelerino gli elettroni carichi di energia che compongono il **vento solare**, che si scontrano così con l'ossigeno e l'azoto dell'atmosfera, producendo in questi atomi salti energetici accompagnati da emissione di energia luminosa.

Le fasce di Van Allen, una componente importante della magnetosfera terrestre, giocano un ruolo fondamentale nella genesi delle aurore.

Esse si localizzano in quella regione dello spazio compresa tra 64.000 e 130.000 km di quota e sono formate da particelle cariche che rimangono intrappolate nel campo magnetico terrestre.

Le due fasce di particelle da cui sono costituite, una di protoni e una di elettroni, subiscono fluttuazioni legate all'intensità del vento solare che le colpisce.

Le fasce di Van Allen sono sfruttate nelle telecomunicazioni perché agiscono da riflettori delle onde radio, impedendo la loro dispersione e permettendo le comunicazioni radiofoniche.

Inoltre proteggono la Terra dalle radiazioni solari: la loro intensità è però massima in prossimità della linea equatoriale e minima ai poli.